

**А. А. Светличный**, д-р геогр. наук, проф.  
Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова,  
кафедра физической географии и природопользования,  
ул. Дворянская, 2, Одесса, 65082, Украина

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОДНОЙ ЭРОЗИИ: ПРОБЛЕМА КЛАССИФИКАЦИИ

Проанализированы современные подходы к классификации существующих математических моделей водной эрозии почв. Применительно к решению задач по оптимизации использования эрозионно-опасных земель предложена трехчленная их классификация с выделением эмпирических, теоретических и концептуальных моделей водной эрозии. Разработаны принципы дальнейшей детализации выделенных классов моделей.

**Ключевые слова:** водная эрозия почв, математические модели, классификация.

### Введение

Первые работы по количественному описанию влияния отдельных факторов на интенсивность смыва почвы и разработка формул расчета или прогноза водной эрозии, которые можно рассматривать как первые математические модели водной эрозии, относятся к концу тридцатых годов прошлого столетия. Это — формулы Я. В. Корнева (1937), И. Г. Нила (1938), В. А. Казакова (1940) и А. У. Цинга (1940), представлявшие собой зависимости расхода склоновых наносов (как в формулах Я. В. Корнева и В. А. Казакова), либо средних потерь почвы в расчете на единицу площади (как в формулах И. Г. Нила и А. У. Цинга) от основных факторов — уклона, длины склона и интенсивности атмосферных осадков (либо расхода воды).

В опубликованной Г. И. Швобсом [18] сводке зависимостей, использующихся для вычисления поверхностного смыва почвы, приводится 18 формул различных авторов. К настоящему времени число их измеряется многими десятками и продолжает увеличиваться [11]. В связи с этим обостряется проблема классификации математических моделей водной эрозии почв, поскольку, хотя она и затрагивалась ранее различными авторами [19, 20, 36, 6, 7, 14, 9, 26, 40, 11, 31 и др.], в настоящее время единая общепринятая классификация математических моделей водной эрозии отсутствует. В общенаучном плане это затрудняет оценку существующего положения и планирование дальнейших исследований в данной предметной области, а в прикладном — создает дополнительные трудности по выбору адекватной модели при решении конкретных задач.

## **Анализ существующих подходов**

Наиболее подробная классификация моделей эрозии была предложена, по-видимому, М. С. Кузнецовым и Г. П. Глазуновым [6], которые делят все модели водной эрозии на статистические, не вскрывающие физический смысл процессов эрозии, и логико-математические, основанные на уравнениях, с той или иной степенью полноты описывающих влияние факторов эрозии на сток и смыв почвы. Логико-математические модели авторы [6] делят на три класса: модели с сосредоточенными параметрами, т. е. не учитывающие пространственной неоднородности водосбора, эрозионного района или отдельного поля севооборота; модели с сосредоточенно-распределенными параметрами, т. е. переходные, и модели с распределенными параметрами, основанные на дифференциальных уравнениях в частных производных. К сожалению, авторы никак не расшифровывают второй и третий классы моделей предлагаемой классификации, что не позволяет пользоваться ею для анализа многообразия существующих моделей водной эрозии.

В Западной Европе и Северной Америке при анализе подходов к моделированию процессов водной эрозии используют либо двух- [37, 5, 25, 28], либо трехступенчатую [40, 31, 30, 38] классификации. В первом случае выделяют эмпирические и физически обоснованные (physics-based) модели, во втором — эмпирические, физически обоснованные и концептуальные модели.

Эмпирические модели, иногда называемые моделями “черного ящика” или “серого ящика”, представляют собой обобщения данных наблюдений, выполненные с использованием определенного объема априорной информации статистическими методами. Это наиболее простые и наименее требовательные к информационному обеспечению модели. Как отмечается в [29], особенностью этого класса моделей является высокая степень их пространственной и временной генерализации и использование небольшого количества каузальных переменных. В явном или неявном виде эти модели основываются на предположении о стационарности рассматриваемого процесса. В связи с этим, как правило, это — модели с сосредоточенными параметрами (0-мерные), позволяющие выполнять оценку среднегого-летних величин “потерь” или “смыва” почвы в среднем для склона или большей территориальной единицы. Классическим представителем моделей данного класса, по [31], является известное Универсальное уравнение потерь почвы (USLE) [42, 43 и др.].

К физически обоснованным (“физически обоснованным, компонентным“ по [5]) относятся математические модели, основанные на использовании для описания моделируемых процессов фундаментальных законов физики. Стандартным является использование в эрозионных моделях данного класса уравнений сохранения вещества и энергии, представленных уравнениями неразрывности (баланса) воды и наносов и сохранения количества движения для воды в дифференциальной форме [24, 27, 34 и др.]. Эрозионные модели данного класса, как правило, являются одно- (1D) или

двухмерными (2D), т. е. пространственно распределенными и значительно более детальными, чем эмпирические, в связи с чем характеризуются повышенной (иногда избыточно) требовательностью к количеству и качеству исходной информации, равно как и к вычислительным ресурсам компьютеров. Важной особенностью данных моделей является то, что они являются “event-based“, то есть моделями, описывающими отдельные “события“ — эрозионные процессы в результате отдельного (реального либо модельного) события — ливня либо снеготаяния.

Специфическую группу моделей, выделяемую в рамках трехступенчатой классификации моделей водной эрозии [40, 31 и др.], составляют так называемые “концептуальные” модели водной эрозии. Главной особенностью, отличающей концептуальные модели от эмпирических по [23], является их стремление отображения существующих гипотез о процессах, управляющих поведением системы, в то время как эмпирические модели не делают никаких выводов относительно управляющих процессов, полностью завися от наблюдаемых или стохастических взаимоотношений между каузальными переменными и моделируемым выходом.

В качестве примера концептуальных эрозионных моделей в работе [31], в частности, приведены системы SWRRB (The Simulator for Water Resources in Rural Basins) — Система моделирования водных ресурсов в пределах сельскохозяйственных водосборов [22 и др.] и LASCAM [39] — Система моделирования солевого и водного баланса речного водосбора. Система SWRRB разработана Исследовательской службой Министерства сельского хозяйства США (ARS USDA) для моделирования стока воды, наносов, питательных веществ и пестицидов в пределах больших сельскохозяйственных водосборов с использованием для моделирования водной эрозии варианта универсального уравнения потерь почвы MUSLE [41]. Австралийская система LASCAM для моделирования смыва почвы использует “концептуализированное” Универсальное уравнение потерь почв (USLE). Таким образом, и в первом, и во втором случаях для моделирования водной эрозии в рамках “концептуальных” систем моделирования используются эмпирические модели водной эрозии.

Все это говорит о том, что четкой границы между эмпирическими и концептуальными моделями в данной классификации не существует, что отмечается и в работах [40, 31], как и об отсутствии четких критериев отнесения моделей к данному классу. В работе [31], например, модель SEDNET (The Sediment River Network model) [35], в которой склоновая эрозия опять же моделируется при помощи USLE, отнесена к промежуточному подклассу эмпирических/концептуальных моделей.

Сравнение двух- и трехуровневой классификаций моделей водной эрозии, используемых в англоязычной научной литературе, безусловно, говорит в пользу последней, поскольку невозможно все множество существующих моделей водной эрозии уложить в прокрустово ложе “эмпирических” регрессионных и “физически обоснованных” моделей. Безусловно, нужен промежуточный класс моделей, но нужно и более четкое его определение с тем, чтобы была исключена возможность отнесения одной и той же моде-

ли к разным классам. Более логичным также представляется выделять не эмпирические и физически обоснованные, а эмпирические и теоретические классы моделей, поскольку именно теоретический метод исследований является альтернативным эмпирическому.

Необходимо отметить также, что выделяемый в рамках данных классификаций эрозионных моделей класс “эмпирических” моделей трактуется слишком узко, в то время как имеющиеся эмпирические модели смыва (или эрозионных потерь) почвы существенно отличаются друг от друга. Так, отнесение знаменитого Универсального уравнения потерь почвы США, особенно в его последних модификациях, к моделям, которые “не делают никаких выводов относительно управляющих процессов, полностью завися от наблюдаемых или стохастических взаимоотношений между каузальными переменными и моделируемым выходом” [23], не представляется соответствующим действительности. Аналогичным образом существенно различаются друг от друга и физически обоснованные модели, что требует, на наш взгляд, введения дополнительного их членения на подклассы.

### **Предлагаемая классификация**

В [11, 10] по характеру описания моделируемого процесса все существующие математические модели водной эрозии предложено разделить на две большие группы — *эмпирические* и *теоретические*. Каждая из этих групп включает большое количество различных по детальности, степени обоснованности и информационной обеспеченности математических моделей.

Эмпирические модели водной эрозии по их “интеллектуальному индексу” [2] совершенно определенно делятся на два уровня. Эмпирические модели первого уровня, учитывая опыт классификации эрозионных моделей, а также имеющиеся подходы к классификации математических моделей в смежных научных дисциплинах [3, 8, 2, 1 и др.], названы *формально-статистическими*. Эти модели получены в результате обработки эмпирических данных на основе формально-статистического подхода. Эмпирические модели второго уровня названы *физико-статистическими*. Физико-статистические эмпирические модели отличаются от моделей первого уровня стремлением к возможно более полному учету априорных (теоретических) знаний о моделируемом процессе, поэтому более детальны и обладают большими возможностями по решению задач противозэрозионного проектирования. В эрозиоведении некоторые из моделей данной группы называют “логико-математическими” [18, 14].

Теоретические модели — это математические модели водной эрозии, основанные на использовании для описания моделируемых процессов фундаментальных законов физики — сохранения вещества и энергии, в англоязычной научной литературе называемые “физически обоснованными” (physics-based) и “динамическими” (process-based), а в гидрологии — “физико-математическими” [8]. В отечественной литературе эти модели иногда не совсем обоснованно называют “гидромеханическими”, в то время как в них используются одно- или двухмерные, т. е. гидравлические уравнения.

По степени детальности описания составляющих эрозионно-аккумулятивного процесса, выраженной в структуре этих моделей, их также можно разделить на теоретические *формулы смыва* и *составные динамические модели* эрозионного процесса. Теоретические формулы смыва получены на основе аналитического решения одномерных дифференциальных уравнений неразрывности и движения, выполненного с весьма существенным упрощением моделируемого процесса. Составные динамические модели основываются на численном интегрировании одно- или двухмерных систем дифференциальных уравнений в частных производных (кинематической волны, диффузионной волны и пр.), имеют модульную структуру, отражающую все основные составляющие эрозионно-аккумулятивного процесса.

Анализ математических моделей водной эрозии, в том числе разработанных в бывшем СССР и на постсоветском пространстве, показывает, что существуют математические модели водной эрозии, которые не могут быть отнесены ни к эмпирическим статистическим (регрессионным), ни к теоретическим (основанным на интегрировании дифференциальных уравнений неразрывности и движения) моделям. Модели, построенные на иных принципах, нежели уже выделенные “эмпирические” и “теоретические”, по аналогии с трехчленной классификацией моделей водной эрозии, использующейся в англоязычной научной литературе, назовем *концептуальными*. Из разработанных в бывшем СССР или на постсоветском пространстве математических моделей водной эрозии к концептуальным следует отнести формулы расчета среднесноголетнего смыва почвы, разработанные в Государственным гидрологическим институте (ГГИ) [4], И. К. Срибным [12, 13], а также в последние годы — во Всероссийском научно-исследовательском институте земледелия и защиты почв от эрозии (ВНИИЗиЗПЭ) [15, 16 и др.]. Формула ГГИ построена на связи между смывом почвы и слоем стока и строением временной речевой сети. Логико-математическая модель И. К. Срибного, которая рекомендуется к практическому использованию, в частности, при проектировании почвозащитных систем контурно-мелиоративного земледелия, разработана на основе применения широко используемого в гидрологии метода аналогов. В моделях ВНИИЗиЗПЭ сделана попытка учесть основные механизмы наносообразования, транспорта и отложения наносов с использованием системы полуэмпирических соотношений и коэффициентов. К концептуальным моделям, учитывая сделанное выше определение эмпирических и теоретических моделей, представляется целесообразным отнести и составные модели, в которых для оценки смыва почвы в качестве субмоделей используют выражения интерполяционного типа, содержащие эмпирические параметры, численные значения которых определяются (калибруются) на основе данных наблюдений. К таким моделям относится ряд моделей водной эрозии, разработанных в 80–90-е годы прошлого столетия в Западной Европе, Северной Америке и Австралии, такие как MMF [33], LASCAM [39], MMMF [32], SWAT2000 [21].

В рамках выделенных классов и подклассов моделей возможна дальнейшая классификационная детализация моделей по другим основаниям

с отнесением их к: а) детерминированным или стохастическим; б) 0-мерным (lumped), 1-мерным (1D) или двухмерным (2D); в) реализуемым для площадки (plot scale), склона (slope scale), водосбора (catchment scale) или большой территории (regional scale).

## **Заключение**

Предлагаемая классификация математических моделей водной эрозии отражает сложившиеся к настоящему времени подходы к моделированию водной эрозии почв и может рассматриваться как универсальная, хотя наилучшим образом она соответствует задачам моделирования, расчета и прогноза эрозионных потерь почвы как основы оптимизации использования эрозионно-опасных земель. В то же время, как любая классификация, она, безусловно, не является абсолютной. В этом плане к критическому замечанию Ю. Б. Виноградова о том, что “все модели концептуальны, все записаны на языке математике” [1], можно добавить, что все модели являются логико-математическими, поскольку по определению “математическое моделирование — это моделирование, проводимое выразительными и дедуктивными средствами математики и логики” [17].

## **Литература**

1. Виноградов Ю. Б. Математическое моделирование процессов формирования стока. — Л.: Гидрометеиздат, 1988. — 312 с.
2. Глобус А. М. Почвенно-гидрофизическое обеспечение агроэкологических моделей. — Л.: Гидрометеиздат, 1987. — 428 с.
3. Грушевский М. С. Неустановившееся движение воды в реках и каналах. — Л.: Гидрометеиздат, 1982. — 288 с.
4. Инструкция по определению расчетных гидрологических характеристик при проектировании противоэрозионных мероприятий на Европейской территории СССР. — Л.: Гидрометеиздат, 1979. — 49 с.
5. Киркби М. Дж. Моделирование процессов водной эрозии // Эрозия почв. Под ред. М. Дж. Киркби и Р. П. С. Моргана. — М.: Колос, 1984. — С. 252–295.
6. Кузнецов М. С., Глазунов Г. П. Эрозия и охрана почв: Учебник. — М.: МГУ. 1996. 335 с.
7. Кумани М. В. Методы изучения ливневой эрозии почв в Центральной Черноземной области и пути их совершенствования // Современные аспекты изучения эрозионных процессов. — Новосибирск: Наука, 1988. — С. 60–62.
8. Кучмент Л. С., Демидов В. Н., Мотовилов Ю. Г. Формирование речного стока. — М.: Наука, 1983. — 216 с.
9. Ларионов Г. А. Эрозия и дефляция почв. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1993. — 200 с.
10. Светличный А. А., Черный С. Г., Швец Г. И. Эрозиоведение: теоретические и прикладные аспекты. — Сумы: ИТД “Университетская книга”, 2004. — 410 с.
11. Светличный О. О. Кількісна оцінка характеристик схилового ерозійного процесу і питання оптимізації використання ерозійно-небезпечних земель. — Автореф. дисс. ... докт. геогр. наук. — Одеса: Одеськ. держ. ун-т, 1995. — 47 с.
12. Срибный И. К. Среднегодовой сток воды и смыв почвы со склонов // Водохозяйственное строительство на малых реках. — Киев: Будівельник, 1977. — С. 145–147.
13. Срибний І. К., Вергунов В. А. Визначення змиву ґрунту зі схилів // Вісник аграрної науки, 1993, № 7. — С. 42–46.
14. Сурмач Г. П. Рельефообразование, формирование лесостепи, современная эрозия и противоэрозионные мероприятия. — Волгоград, 1992. — 174 с.

15. Сухановский Ю. П., Пискунов А. Н. Стохастическая модель с программным обеспечением для прогнозирования смыва почвы с пахотных земель (при весеннем снеготаянии). Курск: ВНИИЗиЗПЭ РАСХН, 2006. — 16 с.
16. Сухановский Ю. П., Пискунов А.Н., Санжарова С. И. Компьютерная модель для расчета среднесноголетних потерь почвы, обусловленных дождевой эрозией и эрозией при весеннем снеготаянии. — Курск: ГНУ ВНИИЗиЗПЭ РАСХ, 2009. — 52 с.
17. *Философский энциклопедический словарь*. — М.: Советская энциклопедия, 1983. — 840 с.
18. Швёбс Г. И. Формирование водной эрозии, стока наносов и их оценка. — Л.: Гидрометеоздат, 1974. — 184 с.
19. Швёбс Г. И. Теоретические вопросы изучения водной эрозии // Современные аспекты изучения эрозионных процессов. — Новосибирск: Наука, 1980. — С. 17–22.
20. Швёбс Г. И. Теоретические основы эрозиоведения. — Киев — Одесса: Вища школа, 1981. — 223 с.
21. Arnold J. G., Fohrer N. SWAT2000: Current capabilities and research opportunities in applied watershed modeling. *Hydrologic Processes* 19(3): 2005. — P. 563–572.
22. Arnold, J.G., J. R. Williams, A. D. Nicks, and N. B. Sammons. SWRRB: A Basin Scale Simulation Model for Soil and Water Resources Management. Texas A&M Press. 1990. — 255 p.
23. Beck M. B., Jakeman A. J., McAleer M. J. Construction and evaluation of models of environmental systems. In: Beck, M.B., McAleer, M.J. (Eds.), *Modelling Change in Environmental Systems*. John Wiley and Sons, 1995. — P. 3–35
24. Bennett J. P. Concepts of mathematical modeling of sediment yield // *Water Resources Research*, 1974, vol. 10, № 3. — P. 485–492.
25. De Jong S. M. Applications of reflective remote sensing for land degradation studies in a Mediterranean environment. *Netherlands Geographical Studies*, Utrecht, 1994, vol.177. — 237 p.
26. De Roo A. P. J. Modelling surface runoff and soil erosion in catchments using Geographical Information Systems. — Utrecht: Faculteit Ruimtelijke Wetenschappen Universiteit Utrecht, 1993. — 295 p.
27. De Roo A. P. J., Wesseling C. G., Cremers N. H. D.T., Offermans R. J. E., Ritserma C. J., Van Oostindie K. LISEM: A physically-based hydrological and soil erosion model incorporated in a GIS // J. J. Harts, H. F. L. Ottens, H. J. Scholten (eds), *EGIS/MARI'94 Conference Proceedings*. Utrecht/Amsterdam: EGIS Foundation, 1994. — P. 207–216.
28. Doe III W. W., Harmon R. S. Introduction to soil erosion and landscape evolution modeling // *Landscape Erosion and Evolution Modeling* / R. S. Harmon and W. W. Doe III (eds). New York: Kluwer Academic/Plenum Publisher, 2001. — P. 1–14.
29. Jakeman A. J., Green T. R., Beavis S. G., Zhang L., Dietrich C. R., Crapper P. F. Modelling upland and in-stream erosion, sediment and phosphorus transport in a large catchment // *Hydrological Processes*. 1999. 13 (5). — P. 745–752.
30. Jetten V. G., Govers G., Hessel R. Erosion models: quality of spatial predictions. *Hydrological Processes*. 2003. 17. — P. 887–900.
31. Merritt W. S., Letcher R. A., Jakeman A. J. A review of erosion and sediment transport models. *Environmental Modelling & Software* 18, 2003. — P. 761–799.
32. Morgan R. P. C. A simple approach to soil loss prediction: a revised Morgan-Morgan-Finney model. *Catena*. 2001. 44. — P. 305–322.
33. Morgan R. P. C., Morgan D. D. V., Finney H. J. A predictive model for assessment of erosion risk // *Journal of Agricultural Engineering Research*. 1984. 30. — P. 245–253.
34. Morgan R. P. C., Quinton J. N., Smith R. E., Govers G., Poesen J. W. A., Auerswald K., Chisci G., Torri D., Styczen M. E. The European soil erosion model (EUROSEM): a dynamic approach for predicting sediment transport from fields and small catchments // *Earth Surface Processes and Landforms*. — 1998, vol. 23. — P. 527–544.
35. Prosser I. P., Young B., Rustomji P., Hughes A., Moran C. A model of river sediment budgets as an element of river health assessment. In: *Proceedings of the International Congress on Modelling and Simulation (MODSIM'2001)*, December 10–13, 2001. — P. 861–866.
36. *Recent development in erosion and sediment yield studies*. Tech. Documents in Hydrology by the Working Group of the ICCE on INP-II/Project A. 1.31. — UNESCO, Paris, 1985. — 127 p.

37. Renard K. G. Erosion Research Techniques, Erodibility and Sediment Delivery (T. J. Troy, ed.), Geo Abstracts Ltd, Norwich, 1977. — P. 31–44.
38. Vigiak O. Modelling spatial patterns of erosion in the West Usambara Mountains of Tanzania. Doctoral Thesis Wageningen University. Wageningen. 2005. — 187 p.
39. Viney N. R., Sivapalan M. A conceptual model of sediment transport: application to the Avon River Basin in Western Australia. Hydrological Processes 13, 1999. — P. 727–743.
40. Wheater, H.S., Jakeman, A.J., Beven, K. J. Progress and directions in rainfall-runoff modelling. In: Jakeman A. J., Beck M. B., McAleer M. J. (Eds.), Modelling Change in Environmental Systems. John Wiley and Sons, Chichester. 1993. — P. 101–132.
41. Williams J. R. Sediment-yield predictions with the Universal Equation using a runoff energy factor. ARS-S-40. U. S. Department of Agriculture, 1975. — P. 244–252.
42. Wischmeier W. H., Smith D. D., Uhland R. E. Evaluation of factors in the soil-loss equation // Agricultural Engineering, 1958, 39. — P. 458–462.
43. Wischmeier W. H., Smith D. D. Predicting rainfall erosion losses // Agric. Handbook № 537, United States Department of Agriculture, Washington, D.C., 1978. — 65 p.

### **О. О. Світличний**

Одеський національний університет,  
кафедра фізичної географії і природокористування,  
вул. Дворянська, 2, Одеса, 65082, Україна

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВОДНОЇ ЕРОЗІЇ: ПРОБЛЕМА КЛАСИФІКАЦІЇ**

### **Резюме**

Проаналізовані сучасні підходи до класифікації існуючих математичних моделей водної ерозії ґрунтів. Стосовно рішення задач по оптимізації використання ерозійно-небезпечних земель запропонована тричленна їх класифікація з виділенням емпіричних, теоретичних і концептуальних моделей водної ерозії. Розроблені принципи подальшої деталізації виділених класів моделей.

**Ключові слова:** водна ерозія ґрунтів, математичні моделі, класифікація.

### **A. A. Svetlitchnyi**

Odessa National I. I. Mechnikov University,  
Department of Physical Geography and Nature Management,  
Dvorianskaya St., 2, Odessa, 65082, Ukraine

## **MATHEMATICAL MODELLING OF WATER SOIL EROSION: PROBLEM OF CLASSIFICATION**

### **Summary**

Modern approaches to classification of existent mathematical models of water soil erosion are analysed. As it applies to the decision of tasks on optimization of the use of erosion dangerous lands the classification with the selection of empiric, theoretical and conceptual models of water soil erosion is offered. Principles of the further working out in detail of the selected classes of models are developed.

**Key words:** water soil erosion, mathematical models, classification.